# 数理する子供たち

## 第二話　継ぎ足し継ぎ足しで受け継がれた秘伝のタレには創業当時の成分がどれだけ残っているんだろう　後編

アンドウワタル

https://www.watando.com

２０２１年０１月２９日公開

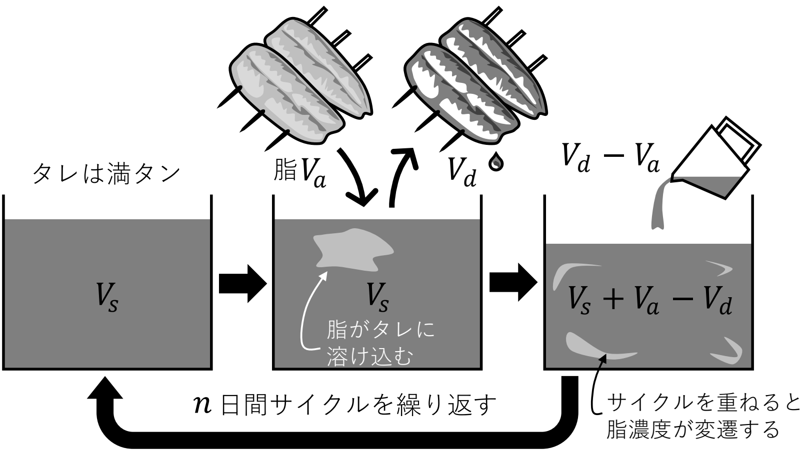
## 5．真の創業当時の味

テツの突拍子も無い発言に、勉強クラブのメンバーは全員困惑していた。
「はあ？なにわけわかんないこと言ってんの？味の変遷？創業当時の成分がどれだけ残ってるかって話でしょ？まじで意味わからんぞ」
アカネは混乱している。テツは自分の考えを補足するように話し始めた。
「例えば、店を続けるうちに味がどんどんどんどん変わってしまったら、継ぎ足しのタレの中に創業当時の成分はあまり残っていないと予想できる。そりゃあそうだよな、味が変わってるんだから物質的にも創業当時とは異なるものになっているはずだ。しかし昔からずーーーっと味が変わらない店ならば、創業当時に考え出された秘伝のタレ成分の配合が脈々と受け継がれ、今日まで見事に再現されていると予想できるわけだ。つまりそれは、創業当時の味を創り出す要素がタレ自体にもレシピにも残っていると言えるだろう。もっと言えば、初代からの味を受け継ごうとする熱い魂が、創業当時の成分として店に残っているとも言えるんだ！」
なぜか異常な情熱を見せるテツ。両手を大きく広げて自分の考えを主張するが、他のみんなはいまいちピンと来ていないようだ。
「なんか、わかるような…わからないような…」
ミキが眼鏡を外して目を擦りながら言った。トオルは首を傾げて頭の上にハテナマークを浮かべている。面倒くさくなったアカネは強引に話をまとめることにした。
「つまりテツは、味も“創業当時の成分”という概念として考えていいだろうと、そう言いたいわけね」
「いや、そうじゃなくて、先代から次代へと想いを乗せたバトンが…」
「うんわかった。味っていったって、そんなのどう定義するわけ？醤油とか、みりんとかの成分比率で表すの？」
「ああ、そんな感じかもね。でもまだわからん。とりあえず最初はウナギの脂について考えよう」
「ウナギの脂？」
テツは待ってましたと言わんばかりに嬉々として脂と味の関係について説明を始めた。

「ウナギの蒲焼きに限らず、様々な料理において脂はとても重要な味の要素だ。脂はうまさを与えるが、そのうまさを形容するのはとても困難であると言われている。では希薄な存在なのかといえばそうではない。味覚の一つとして数えることもあるくらい、そのうまさの存在は認められている。肉ごとに異なる独特な香りも魅力だ。だからウナギを何度もディップするうちにだんだんと脂がタレの中に溶け込んでいくと、それに伴い味が変化していくと予想できる」

ここでテツはシャープペンシルを手に取り、ノートに図を描きつつ続ける。

「さっきと同じようにサイクルを考えよう。1 日のサイクルで脂が$V_a$だけ増えて、タレが$V_d$だけ減るとする。そして$V_d - V_a$だけ新しいタレを継ぎ足すことにすれば、けっきょくタレの総量 Vs はサイクルごとに変化しない。




脂が増える図

さて、最初のタレの脂濃度$\rho_0$はもちろん 0 だ。では 1 日目のサイクルで脂濃度$\rho_1$はどうなるだろう。脂が$V_a$だけ増えて、タレが$V_d$だけ減るのだから、$V_d$にそのときの脂濃度を掛けてやれば脂の減る量が計算できる。つまり$\rho_1$は、

$$\rho_1 = \frac{V_a - V_d\rho_0}{V_s}$$

　ということになる。続いて２日目のサイクルでの脂濃度$\rho_2$だ。これもさっきと同様に、$\rho_1$の分数の分子――つまり$V_a - V_d\rho_0$に$V_a$を加え、さらに$V_d\rho_1$を引けばいいから、

$$\rho_2 = \frac{V_a - V_d\rho_0 + V_a - V_d\rho_1}{V_s}$$
$$= \frac{2V_a - V_d(\rho_0 + \rho_1)}{V_s}$$

　$\rho_3$も同様に、

$$\rho_3 = \frac{2V_a - V_d(\rho_0 + \rho_1) + V_a - V_d\rho_2}{V_s}$$
$$= \frac{3V_a - V_d(\rho_0 + \rho_1 + \rho_2)}{V_s}$$

　まとめるとこうなる。

$$\begin{aligned}
\rho_0 &= 0 \\
\rho_1 &= \frac{V_a - V_d\rho_0}{V_s} \\
\rho_2 &= \frac{2V_a - V_d(\rho_0 + \rho_1)}{V_s} \\
\rho_3 &= \frac{3V_a - V_d(\rho_0 + \rho_1 + \rho_2)}{V_s} \\
&\vdots \\
\rho_n &= \frac{nV_a - V_d\sum_{i=0}^{n-1}\rho_i}{V_s} \qquad (n \geq 1)
\end{aligned}$$

ここからさらに、右辺に$\rho$のない形にしてみよう。

$$\rho_1 = \frac{V_a - V_d\rho_0}{V_s}$$

$$= \frac{V_a}{V_s}$$

$$\rho_2 = \frac{2V_a - V_d(\rho_0 + \rho_1)}{V_s}$$

$$= \frac{V_a + V_a - V_d\frac{V_a}{V_s}}{V_s}$$

$$= \frac{V_a + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)}{V_s}$$

$$= \frac{V_a\left(1 + \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)\right)}{V_s}$$

$$\rho_3 = \frac{3V_a - V_d(\rho_0 + \rho_1 + \rho_2)}{V_s}$$

$$= \frac{3V_a - V_d\left(\frac{V_a}{V_s} + \frac{V_a + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)}{V_s}\right)}{V_s}$$

$$= \frac{3V_a - V_d\frac{V_a}{V_s} + V_d\frac{V_a + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)}{V_s}}{V_s}$$

$$= \frac{V_a + V_a + V_a - V_d\frac{V_a}{V_s} - V_d\frac{V_a}{V_s} - V_d\frac{V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)}{V_s}}{V_s}$$

$$= \frac{V_a + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) - V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)\frac{V_d}{V_s}}{V_s}$$

$$= \frac{V_a + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)}{V_s}$$

$$= \frac{V_a + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + V_a\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2}{V_s}$$

$$= \frac{V_a\left(1 + \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2\right)}{V_s}$$

まとめると、

$$\rho_0 = 0$$

$$\rho_1 = \frac{V_a}{V_s}$$

$$\rho_2 = \frac{V_a\left(1 + \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)\right)}{V_s}$$

$$\rho_3 = \frac{V_a\left(1 + \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2\right)}{V_s}$$

$\delta = 1 - \frac{V_d}{V_s}$とすれば、

$$\rho_0 = 0$$

$$\rho_1 = \frac{V_a}{V_s}$$

$$\rho_2 = \frac{V_a(1 + \delta)}{V_s}$$

$$\rho_3 = \frac{V_a(1+\delta+\delta^2)}{V_s}$$

$$\vdots$$

$$\rho_n = \frac{V_a \sum_{i=1}^{n} \delta^{n-i}}{V_s} \qquad (n \geq 1)$$

ここまでOK？」

テツは話を一旦ストップして、みんなの様子を伺うことにした。ミキがすかさず手を挙げた。

「はいはーい、もしかしてさっきサイクル数の期待値を求めたときに使った、"等比数列の和の公式"で一般項が求まるんじゃなーい？」

「その通り。$\sum_{i=1}^{n} \delta^{n-i}$というのは初項1、公比$\delta$、項数$n$だから、

$$\sum_{i=1}^{n} \delta^{n-i} = \frac{1-\delta^n}{1-\delta}$$

$\rho_n$に代入すると、

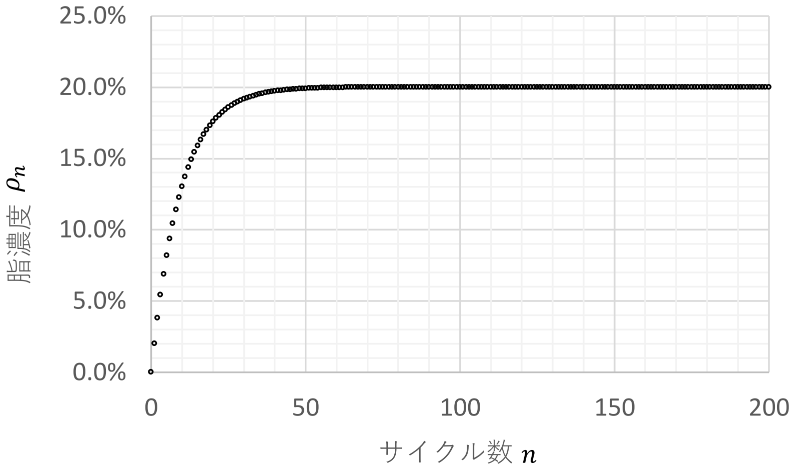
$$\begin{aligned}
\rho_n &= \frac{V_a \sum_{i=1}^{n} \delta^{n-i}}{V_s} \\
&= \frac{V_a \frac{1-\delta^n}{1-\delta}}{V_s} \\
&= \frac{V_a \frac{1-\delta^n}{1-\left(1-\frac{V_d}{V_s}\right)}}{V_s} \\
&= \frac{V_a \frac{1-\delta^n}{\frac{V_d}{V_s}}}{V_s} \\
&= \frac{V_s V_a \frac{1-\delta^n}{V_d}}{V_s}
\end{aligned}$$

$$= V_a \frac{1-\delta^n}{V_d}$$

さあ、たのんだ。これをグラフにしてくれ、アカネ」

テツはアカネにお願いした。

「なーんかそんな気がして、もう準備してましたよっと……えーと……はい、できた」




脂濃度の変化（$\boldsymbol{V_s = 100}$、$\boldsymbol{V_d = 10}$、$\boldsymbol{V_a = 2}$）

「って、脂濃度が 20%ってやばくない！？そんなにタレの中に入ってるの？」

アカネはグラフを見て驚きの声を上げる。それに対しトオルは、

「案外そんなものかもしれませんよ。魚をグリルで焼いていると脂が滴って、じゅう、じゅう、と音がしますから。思ったより脂はたくさん出てくるんじゃないでしょうか」

と言った。しかしアカネは渋い顔のまま顎に手を当てて唸っている。まだ納得いかないようだ。

「ところでこの“収束する 20%”ってどういう意味があるのか気にならない？」

　ミキは何かを発見した様子でうれしそうに話し始めた。
「えへへ、わたし気付いちゃった。式をよく見るとこんなふうにも書けるよね。

$$\rho_n = V_a \frac{1-\delta^n}{V_d}$$

$$= \frac{V_a}{V_d}(1-\delta^n)$$

$\delta < 1$だから、サイクル数$n$が増えていくと$\delta^n$は 0 に収束するよね。てことは$1-\delta^n$は 1 に収束する。てことは$V_a/V_d\,(1-\delta^n)$は$V_a/V_d$に収束する。つまりウナギを浸けたときの“減るタレの量”に対する“溶け込む脂の量”の比率に収束するってことだよー」
　ほう、とアカネは声を漏らし、
「なるほどね。そう考えれば 20%というのも直感的に捉えやすいね」
　と言った。ミキの説明でアカネは少しだけ納得したようだ。
「ミキが言ったように数学的にも理解できるけど、サイクルの解釈でも説明が付く」
　と、今度はテツが話し始めた。
「脂濃度が$V_a/V_d$ということは、ウナギを浸けたときの減るタレの量$V_d$の中に、脂が$V_a$だけ入っていることになる。つまりその状態だと、1 サイクルでウナギの脂は$V_a$だけ加わるが、$V_d$に含まれる脂が$V_a$だけ減るから、結果的に脂が$V_a$だけ加わって$V_a$だけ減ることになる。これはサイクルの前後で濃度が変わらない状態を表している。だから創業当時の状態からサイクルを繰り返すことで脂濃度が変遷していって、脂濃度が変わらなくなる$V_a/V_d$に収束するのは納得できるんだ。20%がほんとうに妥当かどうかはわからないけど、ウナギの蒲焼きに付いているタレと身が含んでいる脂の比率をイメージすると、そんなに外れてないような気もするけどね」
「そっかあ。タレにはあたしの想像より多くの脂が含まれているかもしれないんだね。よく考えてみれば、サラダのドレッシングも油がたくさん入ってるよね。そっかあ……タレの美味しさの秘密はたしかに“あぶら”なのかもね」

アカネはしみじみ呟いた。しかしすぐに新たな疑問が浮かんだ。

（ドレッシングは振り混ぜてから使うけど、ウナギのタレは混ぜなくても脂が分離しないのかな？）

対流？乳化？実は混ぜて使ってる？色々なことが頭を駆け巡ったが、話がややこしくなるため一旦それらを忘れようと頭を横にぶんぶん振った。テツはこの一部始終を見ていた。機嫌が悪いのかな？と最初は思ったが、最終的に、よほど腹が減って気を失いかけたのだという結論に至った。そこで大事なことを思い出した。

「おっと、そんなことより重要なのはここからだった。脂濃度が$V_a/V_d$に収束するのはわかったよな。しかし、ほんとうの意味で収束するには無限のサイクル数が必要だが、おれたちはそんなに厳密なものを求めちゃいない。ではいったい$V_a/V_d$にどれくらい近づけば、人間の感覚的に$V_a/V_d$と同等だとみなせるだろう？」

「9割くらい？」

アカネがすぐに答えた。

「なるほど、するとタレの中の醤油の分量が1割違ってもお前は気付かないわけだ」

「なにっ、そんなわけないじゃん！くっそお！じゃあ99%ならどう？同等じゃない？」

「ふーん、てことは500mLの鍋のスープのうち、5mL分、つまり小さじ1の醤油の違いは同等だというわけか……この回答にお前の雑な人間性が表れてるな」

「むっかー！そっちこそ下劣な人間性が表れてるだろ、バカ！この衒学趣味のくそやろう！」

「な、なんだと！？腹が減って目を回してるからって言っていいことと悪いことがあるぞ」

「は！？なに訳わかんないこと言ってんの！あんたの方こそ焼きが回ってんじゃないの！？」

「ちょ、ちょっと二人とも…」

トオルは仲裁に入ろうとするが、二人は聞く耳を持たない。激しい口論を横目にミキは、

「たしかに 500mL の水に小さじ 1 杯の醤油を垂らしたら、わたしでも醤油の味を認識できる気がするなー。どう思う？トオル君」
　と、トオルに投げ掛けた。
「え？……あ…はい。ぼくも同じ意見です。でも 500mL の水に小さじ 1/10 だと、さすがにわからないかもしれません」
「だよねー。じゃあ$V_a/V_d$に 99.9%収束すれば、$V_a/V_d$と同等になるとしよっか」
「それはいいと思いますが……このまま話を進めてよいのでしょうか」
　アカネとテツを見ると、まだ言い争っている最中だった。といってもそのときには語彙が尽きてしまったのか、ばか、まぬけ、あほなど、非常に低レベルな悪口の応戦となっていた。ミキは、パンッパンッと手を叩いて二人の視線を自分に向けさせた。
「はい、わたしとトオルくんで結論を出しました。$V_a/V_d$に 99.9%収束すれば、$V_a/V_d$と同等になるということでいかがでしょう？」
　ミキの問い掛けにアカネとテツは口をぽかんと開け、動きを止めた。
「……99.9%？ちょっと待て、えーと…」
　テツはまごつきながらも、
「そうだな。いい線いってるんじゃない？」
　と答えた。アカネは、
「99.9%ってことは……1/1000 の味の違い……そんなのあたしにはわかりっこないね。うん、いいんじゃない？」
　と言った。それから二人は、プロならわかるんじゃないかとか、砂糖の場合は 1/100 の違いもわからないかもしれないなどと議論を始めた。ほんの僅か数十秒前まで喧嘩をしていたはずの二人が、何事もなくあっけらかんとしている様を目の当たりにして、トオルは驚きを隠せずにいた。そしてふと、アカネとテツが幼馴染であることを思い出した。なんとなく、自分にはわからない、簡単に言い表すことのできない絆のようなものを二人の間に感じずにはいられなかった。
「よし、材料は出揃ったな」
　テツは話の続きを再開する。

「脂濃度が$V_a/V_d$に 99.9%まで収束すれば、少なくともおれたちの感覚では$V_a/V_d$と同等になったと判断する。では、99.9%まで収束するときのサイクル数$n$はいくつなのだろうか？こうだ。

$$\rho_n = \frac{V_a}{V_d}(1-\delta^n)$$

$$0.999\frac{V_a}{V_d} = \frac{V_a}{V_d}(1-\delta^n)$$

$$0.999 = 1-\delta^n$$

$$\delta^n = 1-0.999 = 0.001$$

$$n = \log_\delta 0.001$$

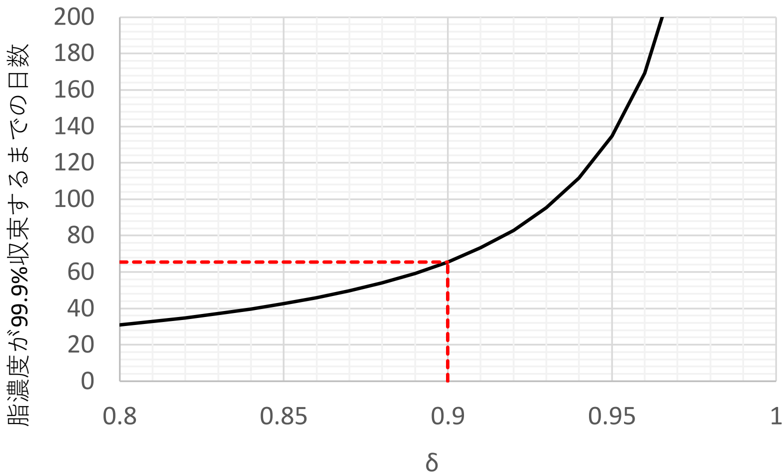
　この$\log_\delta 0.001$だけのサイクルを重ねたとき、脂濃度が$V_a/V_d$と同等とみなせるまでに収束するんだ。いいか。$V_a/V_d$というのは、ウナギをタレに漬ける時間や切り身のサイズ、ウナギの種類や生育条件などによって変わるため、店ごとに異なるパラメータであることは容易に想像できるだろう。つまり、$\log_\delta 0.001$というサイクルを経て、ようやくウナギの脂がその店に固有の濃度へと 99.9%収束し、ウナギ屋のタレは“真の創業当時の味”を手に入れたことになるんだよ！」

　テツはそう言って、くの字に曲げた右腕を力強く振り上げてガッツポーズをした。

「なんかまたウナギ屋やりたいとか言い出しそうな勢いだなあ……でもたしかにおもしろいね。“そのお店独自の味”という観点から見れば、味が安定したときがほんとうのスタートなのかもね。しかもそこに至るまでのサイクル数は$\delta = 1 - V_d/V_s$の関数だから、1 日で減るタレの量$V_d$とタレの総量$V_s$との比で決まるってわけだ」

　アカネは言いながらキーボードを叩く。

「ちなみに脂濃度が$V_a/V_d$に 99.9%収束するまでのサイクル数を、$\delta$についてグラフで表すと……こんな感じになるよ。さっきの$V_s = 100$、$V_d = 10$の条件だと 66 サイクルで 99.9%まで収束するから、だいたい 2 か月くらいで“そのお店独自の味”が出来上がるみたいだね」




脂濃度が 99.9%収束するまでのサイクル数を$\boldsymbol{\delta}$についてグラフで表した図

「だがしかああああし！！」

　不意にテツが大声を出したので、みんなはびくっと体を震わせた。

「それだけではまだダメなんだ。$V_a/V_d$に収束したとしても、1 日の中では一回一回のウナギのディップで脂の濃度が変動するだろ？自分好みの味を探し当てるならば、1 日の中でディップされた回数にもこだわりたい！」

## 6．1日の中での脂濃度の変動

「テツ！熱くなりすぎ！うるさい」

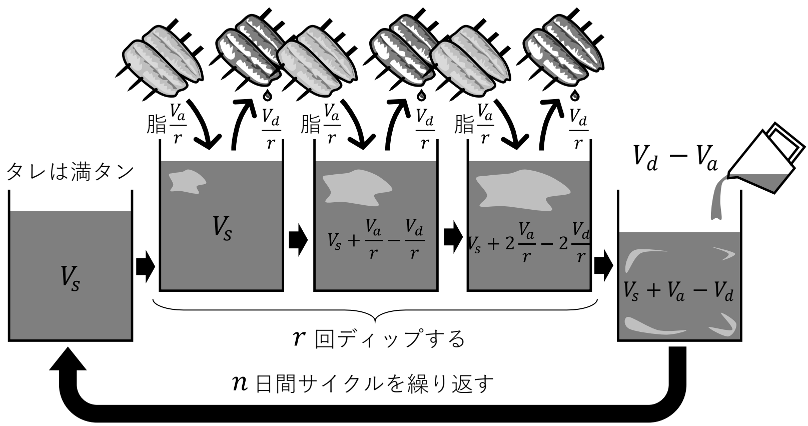
　アカネはテツの背中をバシッと一発叩いた。

「うっ…」

　呻き声を上げ、テツは一瞬のけ反る。

「ああ、すまんすまん……なぜだか今日は自分でもびっくりするくらい胸の辺りが燃えたぎっているんだ」

　テツは胸の前で両手の指をうねうね動かし、メラメラ燃えたぎっている様子を表現してみせた。
「テツくん、たしかに今日はいつにも増して変なテンションだもんね。まあ、いつも変なんだけど」
　そう言ってミキはニコッと笑った。
「ちょっとミキさん、心の声が漏れてますよ！オブラート！忘れないで！」
　トオルが意図せず追い討ちをかけた。
「ちくしょう、お前ら好き勝手言いやがって。とにかくよー、次は１日の中での脂濃度の変動をモデルで表すんだい！」
　テツはノートを乱暴に捲り、再び図と数式を書き始めた。
「よし、それじゃあ１日に$r$回ディップするとしよう。１回のディップで脂が$V_a/r$だけ増えて、タレが$V_d/r$だけ減ることになる。そして$r$回ディップしたら$V_d - V_a$だけ継ぎ足す。これで$V_s$が変化しないサイクルになった。




サイクルの図

脂濃度を$\rho_{サイクル数,ディップ数}$と表すこととして、ディップ数は$r$回で 0 に戻ることにする。最初の脂濃度$\rho_{0,0}$はやはり 0 だ。そして 1 回目のディップで脂濃度$\rho_{0,1}$はこうなる。

$$\rho_{0,1} = \frac{\frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{0,0}}{V_s + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{V_a - V_d\rho_{0,0}}{rV_s + V_a - V_d}$$

この時点ではタレは継ぎ足されないから、分母も$V_a/r$だけ増えて$V_d/r$だけ減る。この部分がこれまでと違うな」
「なんか複雑だね。嫌な予感がする…」
アカネは静かにエクセルをいじり始めた。パチ、パチ、とキーボードを打つ音が途切れ途切れに聞こえる中、テツは続ける。
「次は 2 回目と 3 回目のディップを考えよう。脂濃度$\rho_{0,2}$は 2 回分のディップを計算する必要がある。$\rho_{0,3}$は3回分。つまり、

$$\rho_{0,2} = \frac{\frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{0,0} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{0,1}}{V_s + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{2\frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\left(\rho_{0,0} + \rho_{0,1}\right)}{V_s + 2\frac{V_a}{r} - 2\frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{V_a - \frac{V_d}{2}\left(\rho_{0,0} + \rho_{0,1}\right)}{\frac{r}{2}V_s + V_a - V_d}$$

$$\rho_{0,3} = \frac{\frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{0,0} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{0,1} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{0,2}}{V_s + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{3\frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\left(\rho_{0,0} + \rho_{0,1} + \rho_{0,2}\right)}{V_s + 3\frac{V_a}{r} - 3\frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{V_a - \frac{V_d}{3}\left(\rho_{0,0} + \rho_{0,1} + \rho_{0,2}\right)}{\frac{r}{3}V_s + V_a - V_d}$$

いいね。ここまでをまとめれば、任意の$k$回ディップ時の脂濃度$\rho_{0,k}$と、最大の$r$回ディップ時の脂濃度$\rho_{0,r}$が求まる。

$$\rho_{0,1} = \frac{V_a - V_d\rho_{0,0}}{rV_s + V_a - V_d}$$

$$\rho_{0,2} = \frac{V_a - \frac{V_d}{2}\left(\rho_{0,0} + \rho_{0,1}\right)}{\frac{r}{2}V_s + V_a - V_d}$$

$$\rho_{0,3} = \frac{V_a - \frac{V_d}{3}\left(\rho_{0,0} + \rho_{0,1} + \rho_{0,2}\right)}{\frac{r}{3}V_s + V_a - V_d}$$

$$\vdots$$

$$\rho_{0,k} = \frac{V_a - \frac{V_d}{k}\sum_{j=0}^{k-1}\rho_{0,j}}{\frac{r}{k}V_s + V_a - V_d} \qquad (r > k \geq 1)$$

$$\vdots$$

$$\rho_{0,r} = \frac{V_a - \frac{V_d}{r}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j}}{V_s} = \rho_{1,0}$$

$\rho_{0,r}$では$V_d - V_a$だけタレが継ぎ足されるから、そうすると分母が$V_s$になる。ここでサイクルが 0 から 1 に変わる。$\rho_{0,r}$はサイクル 0 の終わりであるのと同時にサイクル 1 の始まりでもあるから、$\rho_{0,r} = \rho_{1,0}$としよう」

テツの説明がひと段落すると、トオルが真剣な顔をして問い掛けた。

「つまり、これでオープンしたお店の最初の 1 日が終わったってことですよね」

「そういうことだ。ウナギ屋としての門出を彩る記念すべき 1 日だ」

「“いまのモデル”の$\rho_{1,0}$が、“さっきのモデル”の$\rho_1$に相当している…ってことでしょうか」

「そういうことだ。二つを比べてみよう。

- いまのモデル：$\rho_{1,0} = \frac{V_a - \frac{V_d}{r}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j}}{V_s}$
- さっきのモデル：$\rho_1 = \frac{V_a - V_d \rho_0}{V_s}$

“さっきのモデル”で$\rho_0$としていた部分が、“いまのモデル”では$1/r\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j}$に置き換わっているな」

「ん？$1/r\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j}$って、$\rho_{0,0}$から$\rho_{0,r-1}$までの平均値ということだよねー」

ミキがまた何かを発見したようだ。

「つまり、ウナギにくっ付いて減少する分の脂の量を、“さっきのモデル”ではサイクルの始まりの脂濃度で計算しているのに対して、“いまのモデル”では 1 サイクルの平均の脂濃度で計算しているってことだねー」

「おお、なるほど。より厳密になってる感じが数式に表れてるな」

テツはこの比較が気に入ったようだ。二つの数式を眺めると、確かに関係性が一目瞭然に思えた。モデルがより厳密なものに進化している。その確信が胸を昂らせた。

「この調子でさらに一般化した$\rho_{n,k}$を求めるぞ」

そう言うと、テツはノートの次のページに続きを書き出した。

「サイクル 0 は完了した。それじゃあサイクル 1 における 1 回と 2 回と 3 回のディップで脂濃度$\rho_{1,1}$と$\rho_{1,2}$と$\rho_{1,3}$はどうなるか？やってみよう。

$$\rho_{1,1} = \frac{V_a - \frac{V_d}{r}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{1,0}}{V_s + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{rV_a - V_d\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + V_a - V_d\rho_{1,0}}{rV_s + V_a - V_d}$$

$$= \frac{(r+1)V_a - V_d\left(\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \rho_{1,0}\right)}{rV_s + V_a - V_d}$$

$$\rho_{1,2} = \frac{V_a - \frac{V_d}{r}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{1,0} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{1,1}}{V_s + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{rV_a - V_d\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + 2V_a - V_d\left(\rho_{1,0} + \rho_{1,1}\right)}{rV_s + 2V_a - 2V_d}$$

$$= \frac{(r+2)V_a - V_d\left(\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \rho_{1,0} + \rho_{1,1}\right)}{rV_s + 2(V_a - V_d)}$$

$$= \frac{\left(\frac{r}{2} + 1\right)V_a - \frac{V_d}{2}\left(\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \rho_{1,0} + \rho_{1,1}\right)}{\frac{r}{2}V_s + V_a - V_d}$$

$$\rho_{1,3} = \frac{V_a - \frac{V_d}{r}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{1,0} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{1,1} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}\rho_{1,2}}{V_s + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r} + \frac{V_a}{r} - \frac{V_d}{r}}$$

$$= \frac{rV_a - V_d\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + 3V_a - V_d\left(\rho_{1,0} + \rho_{1,1} + \rho_{1,2}\right)}{rV_s + 3V_a - 3V_d}$$

$$= \frac{(r+3)V_a - V_d\left(\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \rho_{1,0} + \rho_{1,1} + \rho_{1,2}\right)}{rV_s + 3(V_a - V_d)}$$

$$= \frac{\left(\frac{r}{3} + 1\right)V_a - \frac{V_d}{3}\left(\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \rho_{1,0} + \rho_{1,1} + \rho_{1,2}\right)}{\frac{r}{3}V_s + V_a - V_d}$$

つまり、$\rho_{1,k}$と$\rho_{1,r}$はこうなる。

$$\rho_{1,k} = \frac{\left(\frac{r}{k}+1\right)V_a - \frac{V_d}{k}\left(\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j} + \sum_{j=0}^{k-1}\rho_{1,j}\right)}{\frac{r}{k}V_s + V_a - V_d} \qquad (r > k \geq 1)$$

$$\rho_{1,r} = \rho_{2,0} = \frac{2V_a - \frac{V_d}{r}\left(\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j}\right)}{V_s}$$

よーし、勢いでサイクル 2 における脂濃度$\rho_{2,1}$と$\rho_{2,2}$と$\rho_{2,3}$、そして$\rho_{2,k}$と$\rho_{2,r}$まで一気に求めるぞー。

$$\rho_{2,1} = \frac{(2r+1)V_a - V_d\left(\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j} + \rho_{2,0}\right)}{rV_s + V_a - V_d}$$

$$\rho_{2,2} = \frac{\left(\frac{2r}{2}+1\right)V_a - \frac{V_d}{2}\left(\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j} + \rho_{2,0} + \rho_{2,1}\right)}{\frac{r}{2}V_s + V_a - V_d}$$

$$\rho_{2,2} = \frac{\left(\frac{2r}{3}+1\right)V_a - \frac{V_d}{3}\left(\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j} + \rho_{2,0} + \rho_{2,1} + \rho_{2,2}\right)}{\frac{r}{3}V_s + V_a - V_d}$$

$$\vdots$$

$$\rho_{2,k} = \frac{\left(\frac{2r}{k}+1\right)V_a - \frac{V_d}{k}\left(\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j} + \sum_{j=0}^{k-1}\rho_{2,j}\right)}{\frac{r}{k}V_s + V_a - V_d} \qquad (r > k \geq 1)$$

$$\vdots$$

$$\rho_{2,r} = \rho_{3,0} = \frac{3V_a - \frac{V_d}{r}\left(\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j}\right)}{V_s}$$

さあ仕上げだ。サイクル$n$における$k$回ディップ時の脂濃度$\rho_{n,k}$と、$r$回ディップ時の脂濃度$\rho_{n,r}$は、

$$\rho_{0,k}=\frac{V_a-\frac{V_d}{k}\sum_{j=0}^{k-1}\rho_{0,j}}{\frac{r}{k}V_s+V_a-V_d}\qquad(r>k\geq 1)$$

$$\rho_{1,k}=\frac{\left(\frac{r}{k}+1\right)V_a-\frac{V_d}{k}\left(\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{0,j}+\sum_{j=0}^{k-1}\rho_{1,j}\right)}{\frac{r}{k}V_s+V_a-V_d}\qquad(r>k\geq 1)$$

$$\rho_{2,k}=\frac{\left(\frac{2r}{k}+1\right)V_a-\frac{V_d}{k}\left(\sum_{i=0}^{1}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j}+\sum_{j=0}^{k-1}\rho_{2,j}\right)}{\frac{r}{k}V_s+V_a-V_d}\qquad(r>k\geq 1)$$

$$\vdots$$

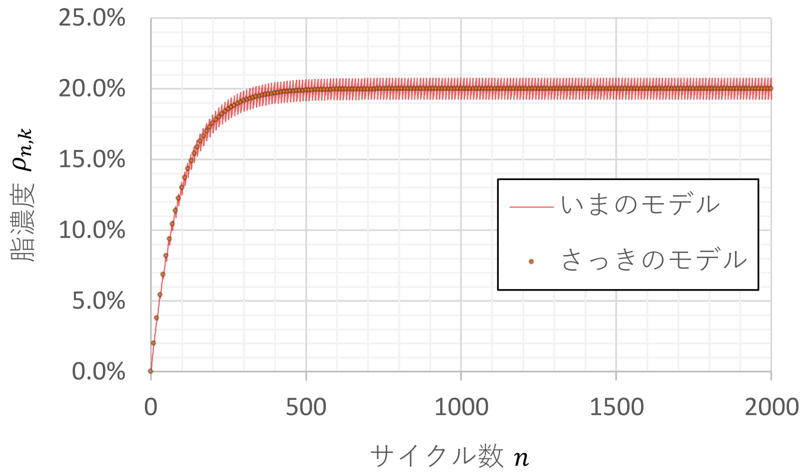
$$\rho_{n,k}=\frac{\left(\frac{nr}{k}+1\right)V_a-\frac{V_d}{k}\left(\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j}+\sum_{j=0}^{k-1}\rho_{n,j}\right)}{\frac{r}{k}V_s+V_a-V_d}\qquad(r>k\geq 1)$$

$$\vdots$$

$$\rho_{n,r}=\rho_{n+1,0}=\frac{(n+1)V_a-\frac{V_d}{r}\left(\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j}\right)}{V_s}$$

　はい！グラフにして、アカネ！」

「嫌な予感的中！しかも頼み方が雑！簡単に言うけどさー、テツ。これトリッキーでめんどいよー？しかも力業だし……知らないエクセルの関数使わなきゃだし……まあ、でも準備してたから実はもうできてるんだよね。ほい」




1日の中での変動を含む脂濃度の収束の図

画面にグラフが映し出された途端、テツの拍手が教室に鳴り響いた。
「ブラボー！やるじゃん、アカネ。ちょっと見直しちゃったよ」
「へっへっへっ、でしょ？ゴリゴリにパワーで押し切ってやったぜ」
アカネは口の端をニィッと吊り上げて、拳を力強く握ってみせた。
「パワーでもなんでも、あの数式を信じられない速さでグラフ化できるアカネさんはさすがです！ちゃんと“さっきのモデル”の曲線と重なってますね。だけど1日の変動を考慮して、より厳密な計算をした“いまのモデル”の曲線では、現実に近い形でブレながら収束していくことがぼくにもわかります！」
トオルはグラフの意味していることを自分で読み取れたのが嬉しくて、今にも飛び跳ねそうな勢いだ。
「そうだね。だけど忘れてはいけない大切なことがあるよ」
と、ミキが諭すように言う。
「“いまのモデル”によって、より現実に近い曲線が得られたよね。でも“さっきのモデル”が簡素な数式で表現できたから、脂濃度がVa/Vdに収束することがわかるんだよ。厳密さが優劣を決める絶対的な尺度というわけではなくて、厳密なものも簡素なものもどっちも大切なの」

「そっか。“さっきのモデル”は１日の中での変動というノイズを除去した形であるともいえるもんね。フィルタが掛かってるんだ」
　アカネが言った。矢継ぎ早にテツが、
「二つのモデルはサンプリング周期が異なるともいえる」
　と言った。次々と交わされる理解の及ばぬ会話に、トオルの顔はみるみる青ざめていった。
「うう…さっきまで付いていけていたのに……急に聞き慣れない言葉がいくつも出てきました……なんの話だかさっぱりわからない…自分の未熟さが憎い…」
　誰に言うでもなくトオルはぼそぼそと呟くと、またがっくりと肩を落とした。アカネは、
「トンちゃん、憎いだなんてネガティブだなあ。あたしは無知な自分にワクワクする。知らないことで溢れている毎日が楽しみで仕方ないよ！」
　そう言ってトオルの目を覗き込んだ。トオルは、真っ直ぐな言葉を体現するようなアカネの澄んだ瞳に、吸い込まれるように心を奪われた。胸が一つ、大きく弾むのを感じた。その瞬間、思わず目を逸らしていた。
「ア、アカネさん！目ヂカラ強すぎますよ！」
「ん？そう？ごめんごめん」
　あはは、と笑うアカネにトオルはそれ以上何も言えず、湯気が出そうな顔を隠すように俯くしかなかった。
「で、結局テツ好みの味は見つかりそうなの？」
　アカネはテツに話の発端であるところを問い質す。
「おっと、そうだった。えーと……どう計算しようか…」
　テツが計算方法に悩んでいると、
「タレを継ぎ足す直前と直後の脂濃度を比べてみよー！」
　と、ミキが計算を始めた。
「タレを継ぎ足す直前の脂濃度は$\rho_{n,r}$の分母を$V_s + V_a - V_d$にすればいいから、計算式はこうなるよね。

$$\rho_{n,r}\left(\text{継ぎ足す直前}\right) / \rho_{n,r}\left(\text{継ぎ足した直後}\right)$$

$$= \frac{(n+1)V_a - \frac{V_d}{r}\left(\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j}\right)}{V_s + V_a - V_d} \cdot \frac{V_s}{(n+1)V_a - \frac{V_d}{r}\left(\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{r-1}\rho_{i,j}\right)}$$

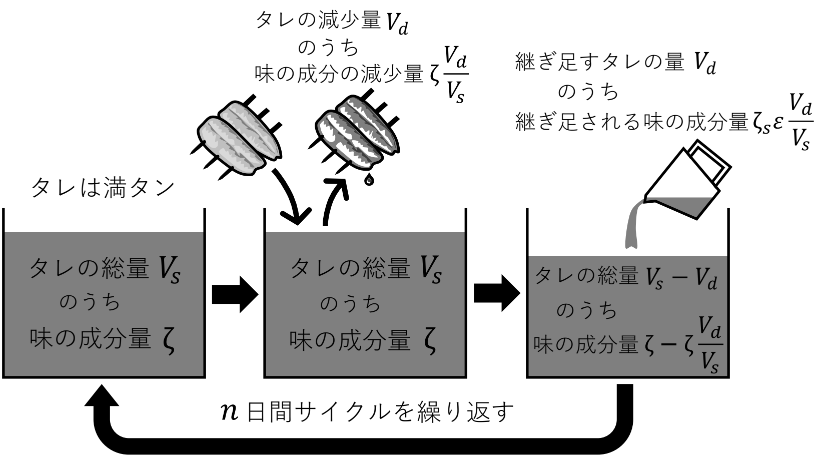
$$= \frac{V_s}{V_s + V_a - V_d}$$

つまり、タレを継ぎ足す直前の 1 日で最も濃い脂濃度は、継ぎ足した直後の最も薄い脂濃度の$\frac{V_s}{V_s+V_a-V_d}$倍ということだねー。グラフの例で計算すると約1.08 倍になるから、脂濃度の収束値である 20%に 1.08 を掛けると 21.6%と求まるよ。ということは 1 日の中の脂濃度の変動は 1.6%くらいだね」
「1.6%程度の違いかあ……これくらいの差だったらほとんど変わらないな」
　テツがこっそり呟いた。それを聞き逃さなかったアカネはすかさず言う。
「あれれ？1%の違いを同等とみなすのは雑だとかなんとか言ってたのは誰だっけ」
「はいはい、悪かったよ。雑なのはおれも一緒だったな」
「ちょっとー、あんたが雑かどうかはどうでもいいけど、あたしは自分が雑呼ばわりされたことに不服なんだけどなあ」
「だってお前が雑なのは事実だろ」
「事実より乙女心が大事なときもあるの！」
　ぷい、と横を向くアカネ。しかし言い争っているようでいて、二人の顔には笑みが溢れていた。アカネはシャープペンシルを手に取りノートを捲った。
「じゃあ今日の結論をまとめますか」
「いや、まだだ」
　テツは教室の時計を見上げる。ちょうど 18 時に差し掛かるところだった。最終下校時刻が 18 時半なので、それまでに終わらせなくてはならない。
「よし、ものすごく急げば間に合う。最後の仕上げだ。タレの配合誤差によって味がどんな道筋を辿るのか、一緒に歩んで確かめようじゃないか」

# 7．味のランダムウォーク

「正直に言おう。あたしは疲れた。ぐうー」
　アカネは机にぐったりと突っ伏して目を閉じた。
「わたしもー」
　ミキがその上に被った。瞬間、アカネの寝息が鈍く短い呻き声に変わったがミキはお構いなしだ。
「くっそー。トオル、お前は付いてきてくれるよな？この自由気ままな旅に」
　トオルは呼び掛けに応えず、口を半開きにして虚空を見つめている。テツは少し焦りながら再度呼び掛ける。
「嘘だろ？お前もアカネやミキのように途中下車するっていうのか？」
「え！アカネさんがどうかしたんですか！？」
「……い、いや、お前も途中下車するのかって……洒落を利かせた言い回しを二度言わすなよ！恥ずかしい」
「す、すみません……」
「まあいい。トオルよ、出発の時間だ」
　テツは説明を開始する。
「脂濃度は自然に収束していくことがわかった。しかし醤油やみりん、砂糖などは意図した配合比率に留めておきたい。そうしないと継ぎ足すごとに味が変わってしまい、創業当時の味を受け継ぐことができないからだ。そして、我々は継ぎ足しの手法を用いることで創業当時の味を守れると信じている。それを証明してみせようというのが最後の仕上げだ」
「壮大ですね……でもどうやって証明しましょうか」
「いくらレシピ通りに配合しても、どうしても誤差は生じてしまう。だから継ぎ足す新しいタレは、レシピの味と僅かに異なることになる。その誤差が受け継がれてきたタレにどう影響を与えるのか、それがこの証明の鍵になるだろう……というわけで誤差を含む継ぎ足しのモデルを考えるぞ」
　テツはアカネの体で下敷きになったノートとシャープペンシルを引っ張り出し、最後の仕上げの検討を始めた。

「タレの中の味の成分量を$\zeta$で表すことにしよう。例えば“しょっぱさの成分”は$\zeta_{しょっぱさ}$、“甘さの成分”は$\zeta_{甘さ}$と表せる。タレにウナギを漬けることにより1日で$\zeta V_d/V_s$だけ味の成分が減り、1日の終わりに$\varepsilon\zeta_s V_d/V_s$だけ継ぎ足されるというサイクルだ。この$\varepsilon$が肝心の誤差を表し、$\zeta_s$はレシピにおける味の成分量だ。つまり、継ぎ足すタレは$\zeta_s$を目標に配合するが、$\varepsilon$倍だけズレるということだな。これを図で表すとこうなる」




味の成分量$\zeta$の変遷サイクルの図

「話をわかりやすくするため、サイクル0は誤差なく$\zeta_s$で配合されるものとしよう。つまり、$\zeta_0 = \zeta_s$となる。それ以降はこれまでの応用だ。一気にいくぞ。

$$\zeta_1 = \zeta_0 - \zeta_0\frac{V_d}{V_s} + \varepsilon_1\zeta_s\frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_0\left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_1\zeta_s\frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_s \left( \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_1 \frac{V_d}{V_s} \right)$$

$$\zeta_2 = \zeta_1 - \zeta_1 \frac{V_d}{V_s} + \varepsilon_2 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_1 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_2 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_s \left( \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_1 \frac{V_d}{V_s} \right) \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_2 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_s \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2 + \varepsilon_1 \zeta_s \frac{V_d}{V_s} \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_2 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_s \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2 + \zeta_s \frac{V_d}{V_s} \left(\varepsilon_1 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_2\right)$$

$$= \zeta_s \left( \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2 + \frac{V_d}{V_s} \left(\varepsilon_1 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_2\right) \right)$$

$$\zeta_3 = \zeta_2 - \zeta_2 \frac{V_d}{V_s} + \varepsilon_3 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_2 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_3 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_s \left( \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2 + \frac{V_d}{V_s} \left(\varepsilon_1 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_2\right) \right) \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_3 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_s \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^3 + \zeta_s \frac{V_d}{V_s} \left( \varepsilon_1 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2 + \varepsilon_2 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) \right) + \varepsilon_3 \zeta_s \frac{V_d}{V_s}$$

$$= \zeta_s \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^3 + \zeta_s \frac{V_d}{V_s} \left( \varepsilon_1 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right)^2 + \varepsilon_2 \left(1 - \frac{V_d}{V_s}\right) + \varepsilon_3 \right)$$

$$=\zeta_s\left(\left(1-\frac{V_d}{V_s}\right)^3+\frac{V_d}{V_s}\left(\varepsilon_1\left(1-\frac{V_d}{V_s}\right)^2+\varepsilon_2\left(1-\frac{V_d}{V_s}\right)+\varepsilon_3\right)\right)$$

$\delta=1-\frac{V_d}{V_s}$としてまとめれば、

$$\begin{aligned}
&\zeta_1=\zeta_s(\delta+(1-\delta)\varepsilon_1)\\
&\zeta_2=\zeta_s\left(\delta^2+(1-\delta)(\varepsilon_1\delta+\varepsilon_2)\right)\\
&\zeta_3=\zeta_s\left(\delta^3+(1-\delta)(\varepsilon_1\delta^2+\varepsilon_2\delta+\varepsilon_3)\right)\\
&\vdots\\
&\zeta_n=\zeta_s\left(\delta^n+(1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}\right)\qquad(n\geq 1)
\end{aligned}$$

よし。ここまで順調！しかしこの$\varepsilon$をどう扱うかが問題だな。誤差は毎日同じじゃなくて、当然その日によって異なるはずだけど…」

テツは腕組みをして考える。

「ランダムに値が決まるということですよね…」

トオルも釣られて腕を組んだ。するとミキがガバッと起き上がり、

「正規分布に従うことにしよーよ！」

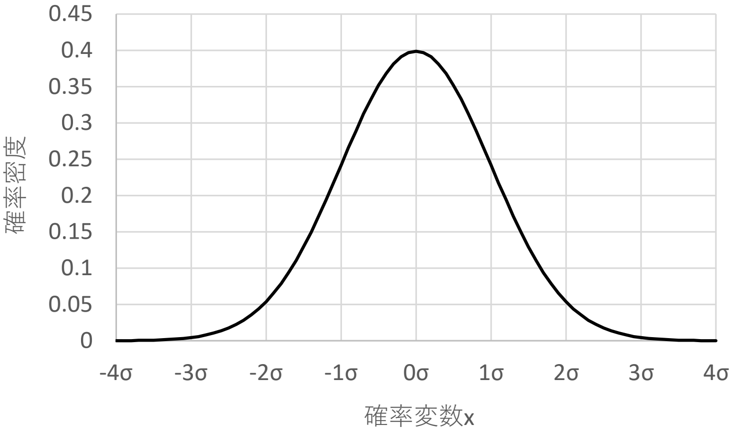
と、人差し指を立てて言った。

「お､おう……ミキって温厚な割に言動が破茶滅茶だよな……それはそうと、正規分布って統計学で出てくるやつだよね」

テツが言った。

「そう！偶然誤差によってバラつく値がどの程度の確率で出現するのかを、確率密度関数で表したものだよー。元々はド・モアブルさんが見つけてラプラスさんが発展させたものみたいだけど、ガウスさんが独自に考えた導出方法がよく知られているね。正規分布の形をした関数をガウスさんにちなんでガウシアンと呼ぶこともあるよ……と、まあ豆知識はこれくらいにして、実際にグラフを見てみよっか」

そう言ってミキはエクセルで正規分布のグラフを描いてみせた。




正規分布の図（$\bar{x} = 0$、$\sigma = 1$）

「さてさて、こちらが件の正規分布の図にございます。この曲線は確率密度関数の一種であるところの、

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left(-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right)$$

これをグラフ化したものにございます。$x$軸は偶然誤差によりバラついて観測された値でして、$y$軸はその$x$が観測される確率を表してございます。お山のてっぺんに位置する$x$の値は$x$の平均値でして、数式では$\bar{x}$と表しております。上のグラフではこの平均値$\bar{x}$を 0$\sigma$としていますね。$\sigma$については後ほど説明するから、今は単に 0$\sigma = 0$として捉えてください。

さて、正規分布というのはこのようなお山の形をしておりまして、$x$の値が平均値から離れるにつれて、つまり誤差が大きくなるにつれてその$x$の値の観測される確率が小さくなっていくような分布でございます。例えば、金属パイプを 100cm ずつ切り出すアルバイトを始めたとしましょう」
「金属パイプの切断？ずいぶんとパワー系のバイトだな」

テツは、ミキが金属パイプの切断をしている様を想像し、そのちぐはぐな組み合わせが可笑しく思えた。

「あはっ、たしかに！ぶいーんって回るノコギリで切るのかな？お面みたいなの着けるのかな？あははは！」

テツはミキの変なスイッチを押してしまったようだ。話が完全に中断してしまった。

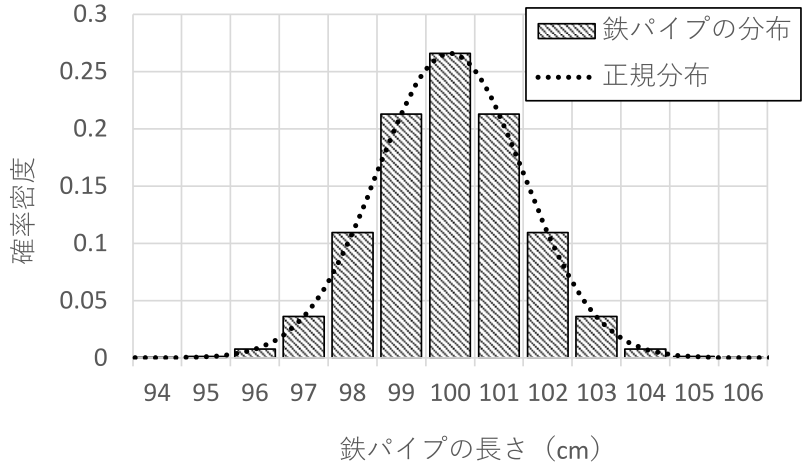
「…すまん、おれが悪かった。続きを頼む、時間が迫っているんだ」

「ちぇー、了解しましたよう」

ミキは続きを話し始めた。

「えーと、金属パイプを定規で測って 100cm ずつ何本も何本も切っていけば、どうしたって誤差が出るから 101cm のものや 99cm のものだって作られちゃうよね。だけど、なんだかんだで 100cm のものを一番多く作れる自信はあるでしょ？なので、お山のてっぺんの位置では$x$が 100cm になるわけです。

それから、101cm のものや 99cm のものは、102cm や 98cm と比べてたくさん作られそうだよね。さらに言えば、102cm のものは 103cm よりたくさん作られそうでしょ？つまり、平均値の 100cm に近いもののほうがたくさん作られて、100cm に遠いもののほうが少なく作られるということが直感的にわかりますね。そうして、何本も何本も作った金属パイプの寸法の分布をグラフにすると、この正規分布のような形になると予想されるわけです。じゃーん。



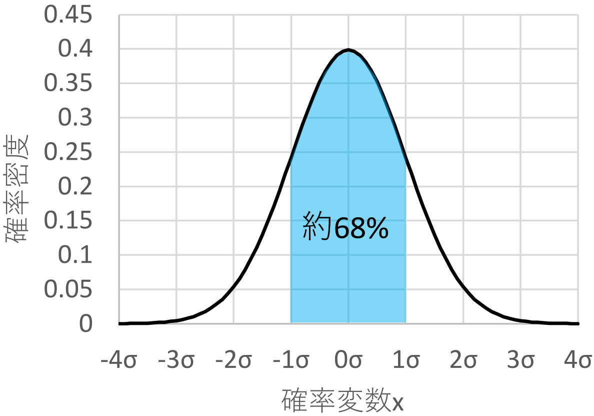

金属パイプの正規分布の図

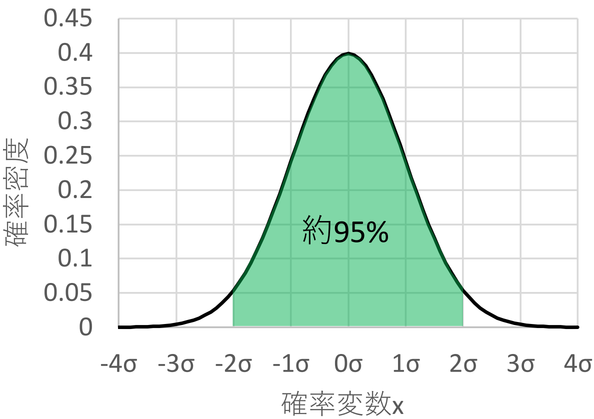
　実際、大量生産する製品の寸法の分布や、人の身長や体重の分布など、わたしたちの身の回りのことでも正規分布に近い形となるものが数多く知られているよ」

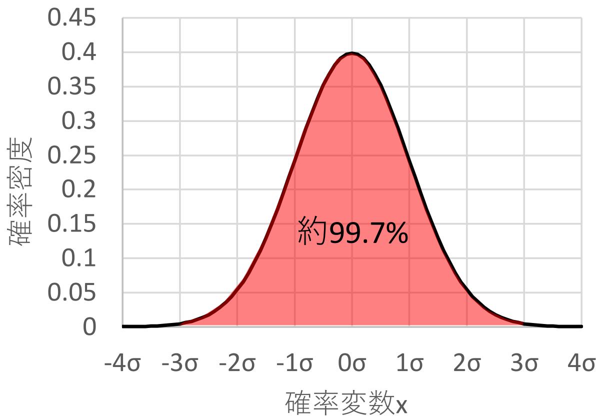
「なるほど。タレの話で言えば、平均値はレシピ通りの分量となるはずだから、レシピの分量との誤差が小さいほど配合される確率が高くて、誤差が大きいほど配合される確率が低くなるってことだな……いやまて、誤差を表すには適しているけど、これをどうやってエクセルで表現するんだ？」

「ふふふ、心配しなくてもだいじょーぶ。エクセルの関数で仕留められますからね。でもその前に、正規分布の重要なパラメータである“標準偏差”について説明するよー」

　ミキはさっきの正規分布の図に標準偏差について書き加えた。


0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
確率密度
約68%
-4σ -3σ -2σ -1σ 0σ 1σ 2σ 3σ 4σ
確率変数x


0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
確率密度
約95%
-4σ -3σ -2σ -1σ 0σ 1σ 2σ 3σ 4σ
確率変数x




標準偏差と正規分布の関係

「この$\sigma$が標準偏差というものなのですが、これ自身の説明は後にして、まずは標準偏差がわかるとどんないいことがあるのかを教えてしんぜよう。

図の通り、$x$軸上のとある位置に$1\sigma$と書いてありますね。実は$-1\sigma$から$1\sigma$までの範囲を積分すると、全体の約 68%になることがわかっています。同様に、$-2\sigma$から$2\sigma$までなら約 95%、$-3\sigma$から$3\sigma$までなら約 99.7%となります。これにより、観測された値がどれくらい珍しいのかを判断する目安になるのです。

例えば、$-\sigma < x < \sigma$の範囲にある値が観測された場合、約 68%の確率で観測されるものなので、まあまあよくある値だと判断することもできるでしょう。しかし$x < -3\sigma$および$3\sigma < x$の範囲にある値が観測された場合、全体の約 0.3%の確率でしか観測されないものなので、非常に珍しい値だと判断することができるのです。

標準偏差$\sigma$がとても便利な指標となることを理解できましたね！また、具体的な観測値の評価だけでなく、正規分布のお山の裾がどれくらい広がっているのかを評価することもできます」

「おお、これは使えるな。タレの場合、レシピの分量との誤差がどれくらい大きくバラつくのかを、標準偏差$\sigma$で表すことができるわけだ」

「さっすがテツくん、理解が早いね。$\zeta_n = \zeta_s\left(\delta^n + (1-\delta)\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \delta^{n-i}\right)$の$\varepsilon_i$が、それぞれ$\sigma_\varepsilon$の標準偏差でバラつくというふうに定量的な表現ができるね」

「つ、つまり$\varepsilon_i$の数値が標準偏差$\sigma_\varepsilon$の正規分布に従ってランダムに決まる、ということでしょうか…」

　トオルが自信なさげに言った。ミキは、

「トオルくん、大正解だよ！あとはその標準偏差がいったい何者なのか、一緒に確認していこーね」

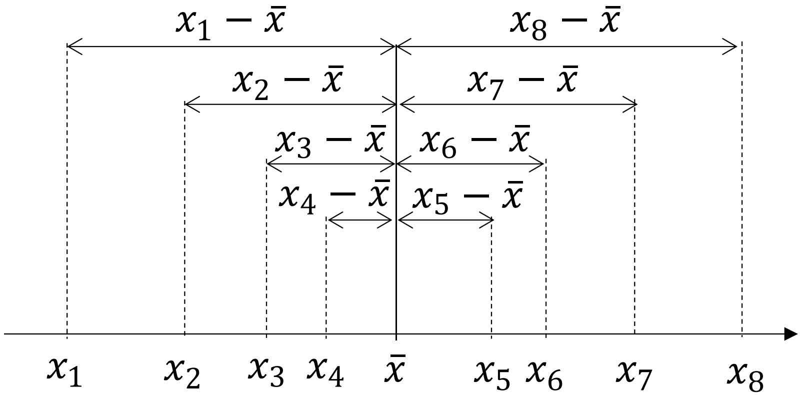
　そう言って、ノートに続きを書き始めた。

「さて、標準偏差自身について説明するよー。まず、観測された値を$X = x_1, x_2, x_3, \cdots, x_i, \cdots, x_{n-1}, x_n$とし、この$X$を“確率変数”と言います。また、その平均値を$\bar{x}$とします。$x_i - \bar{x}$というのは観測された値が平均値からどれだけ離れているかを表していますね。この$x_i - \bar{x}$を“偏差”と言います。そして、この偏差を 2 乗してすべて足し合わせて平均したものである$1/n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$を“分散”と言います。さらに、この分散の平方根である$\sqrt{1/n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$のことを標準偏差と言います。ちょっとまとめますね。

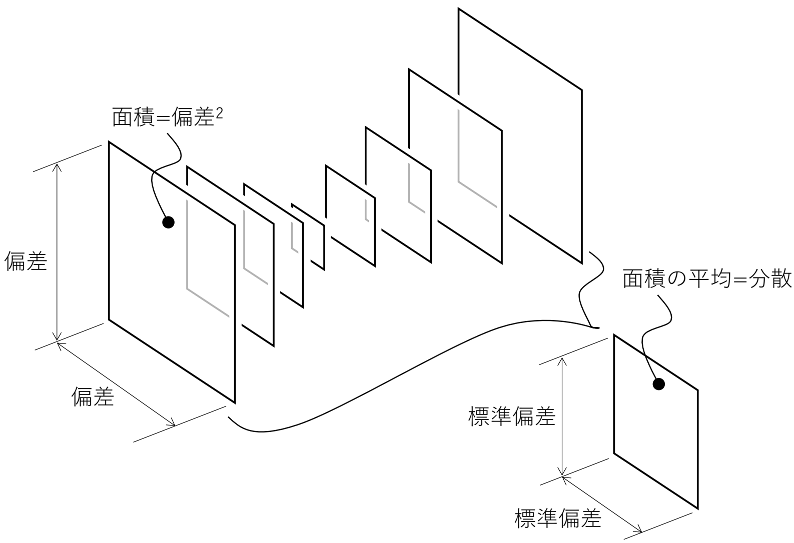
- 確率変数：$X = x_1, x_2, x_3, \cdots, x_i, \cdots, x_{n-1}, x_n$
- 偏　　差：$x_i - \bar{x}$
- 分　　散：$\sigma^2 = 1/n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$
- 標準偏差：$\sigma = \sqrt{1/n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$

　分散というのは、2 乗した偏差一つ一つに$1/n$という確率を掛けて$n$個足しているという見方もできるので、2 乗した偏差の期待値であるとも言えます。実際、定義は期待値とされていて、期待値の記号を用いて$1/n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = E[(X - \bar{x})^2]$と表記することもあります。

　また、2 乗した偏差というのは、偏差を辺とする正方形の面積のことでもあるので、分散は正方形の面積の平均を算出しているわけです。標準偏差は分散の平方根ですから、分散で算出した平均の正方形の一辺の長さを求めているという見方もできますね」




偏差の図

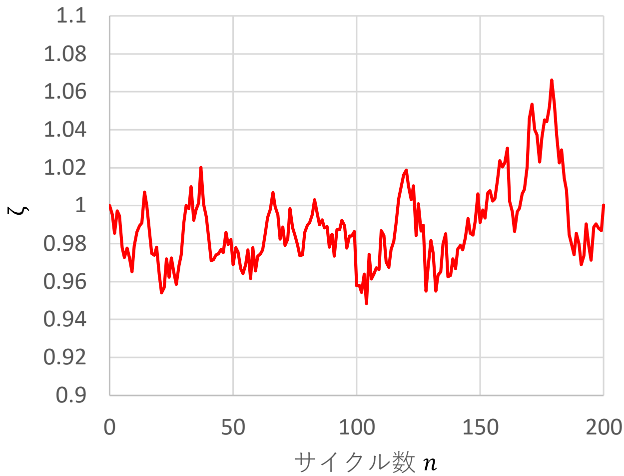



偏差と分散、標準偏差の関係

「ややこしいけど、なんとなくわかったよ。標準偏差は名前の通り、標準的な“偏差”のことなんだな」
「数学的にはなんとなく理解できましたけど、直感的に何を表しているのか……まだ全然つかめていない感じがします」
　テツとトオルがそれぞれ言った。
「そうそう。ややこしいよねー、わたしもまだつかめてないんだー。だけど心強い味方だよ。今から正規分布と標準偏差を使って、実際にグラフを描いてみせますからね」
　ミキはアカネの隣の席に座り、ノートパソコンを操り始めた。
「では、お待ちかねのエクセルタイムといきましょー。乱数と正規分布の関数を組み合わせれば、任意の正規分布に従う乱数を作ることができるよ。レシピの成分量$\zeta_s$を 1 として、$\varepsilon_i$は平均値が 1 で標準偏差が 0.1 の正規分布に従うとするよ。つまり継ぎ足すタレにおける味の成分量は、68%の確率で 0.9 から 1.1 の間の値をとるはずだね。数式をもう一度確認するよ。

$$\zeta_n = \zeta_s\left(\delta^n + (1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}\right)$$

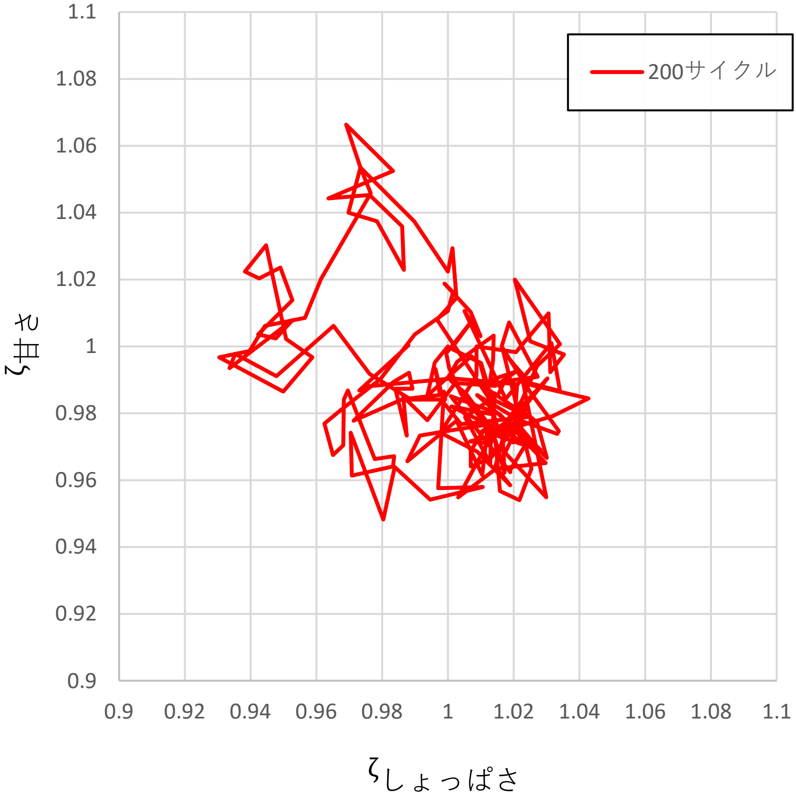
　さて、準備が整った。味の成分量$\zeta_n$が 200 サイクルで辿る軌跡はこうだ、それ」




味の成分量$\zeta_n$が 200 サイクルで辿るグラフ

「げげっ！ダメです！ぐちゃぐちゃです！」
　トオルが頭を抱えて叫んだ。
「いや、トオル、これでいいんだよ。ランダムに値が決まるんだから、サイクルごとに出鱈目に動く関数なんだ」
「そうでしたか…すみません､てっきり全然うまくいかなかったものだと…」
　テツの言葉にトオルは胸を撫で下ろした。
「出鱈目ではあるけど、ちゃんとレシピの分量である$\zeta_n = 1$の付近を上下しているのがわかるね」
　ミキがグラフを指差して言った。
「トオルよ。こんなふうに、これまでの経緯と関係なく次の行き先がランダムに決まるモデルのことを“ランダムウォーク”って言うんだ。たぶんこの味の成分量の推移もランダムウォークの一種だと思う」
　テツはちらっと時計を見た。ちょうど 18 時 15 分だった。
「よし、いける。もっとランダムウォークっぽさを実感するために、$x$軸を$\zeta_{しょっぱさ}$、$y$軸を$\zeta_{甘さ}$にしてグラフを作ろう！ミキ、たのむ」

「あいあいさー！こんな感じでいかがでしょう！」




しょっぱさと甘さのランダムウォークの図(200 サイクル)

「も、もっとぐちゃぐちゃです！」

　トオルがまた頭を抱えて叫んだ。テツは、

「自由気ままに歩き回ってる感じがするだろ？これが 2 次元のランダムウォークさ」

　と言った。

「なるほど……だけど完全なランダムではなくて、やっぱりレシピの分量 1 の周りをぐるぐるうろついている感じですね」

トオルは人差し指をぐるぐると回してみせた。

「ところでさー」

ミキが話し始めた。

「本題の“継ぎ足しの手法を用いることで創業当時の味を守れるか”という話だけど、継ぎ足すタレの標準偏差 0.1 と比べて、$\zeta_n$のバラつきは小さいように見えるよね。てことは標準偏差$\sigma_\varepsilon$の新しいタレを毎日作り直すより、継ぎ足しのタレを使うほうが誤差を小さくできるってことだから、仮説が正しいということになるよね……でも、サイクル数がもっと、もーっと増えたらどうなるのか気にならない？」

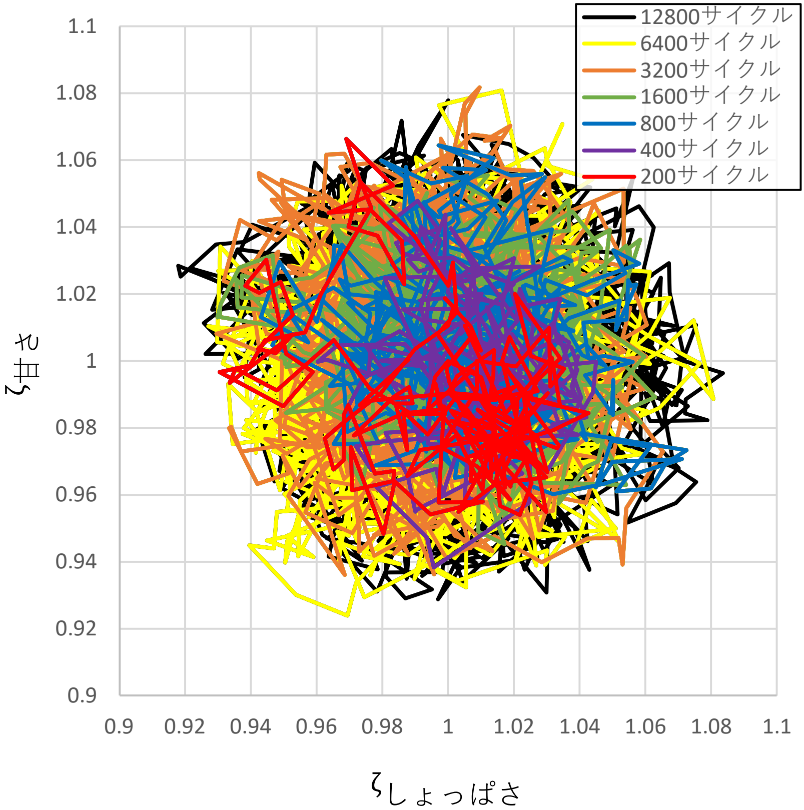
ミキは悪戯な笑みを浮かべている。それに対しテツは、

「おもしろそうだな。じゃあとりあえずサイクル数を 10 倍にしてみる？」

と言った。しかしミキは、

「ううん。もっと、もっとだよ。200 サイクルの倍の倍の倍の倍の倍の倍で 12800 サイクルだよ！」

えっ、とテツとトオルが驚いたのも束の間、すぐにグラフが画面に映し出された。




しょっぱさと甘さのランダムウォークの図(12800 サイクル)

「ぐっちゃぐちゃです！さっきまでのぐちゃぐちゃを大幅に上回るぐちゃぐちゃです！もう訳がわかりません！」

トオルは自分の頭を掻きむしっている。

「やっぱり 1 の周りをさまよってはいるんだけど……サイクル数が増えるに従って広がっているようにも見えるなー…」

ミキが難しい顔をして言った。テツは時計を気にしつつ、

「時間が迫っているけれど、数式に戻って考えるべきだな。

$$\zeta_n = \zeta_s\left(\delta^n + (1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}\right)$$

　こいつの中の$n$を∞にしたときに発散するかどうかだ。$\delta < 1$だから、$n \to \infty$で$\delta^n$は 0 に収束する。問題は$(1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}$だ。$\varepsilon_i$が各サイクルで異なる値をとるから$\Sigma$の外に出すこともできない。確率的に決まる値の和をどうやって計算すればいいのか…」

　と言った。

「標準偏差$\sigma_\varepsilon$の値が使えればいいんだけど……$\varepsilon_i$は標準偏差$\sigma_\varepsilon$の正規分布に従ってバラつくというだけの話だから、$\varepsilon_i$に$\sigma_\varepsilon$の値を代入することなんて当然できないし…」

　ミキが難しい顔のまま呟くと、いつの間にか起きて事の顛末を見ていたらしいアカネが口を開いた。

「あのさあ、期待値の加法性ってあるよね。“和の期待値”は“期待値の和”ってやつ。式で書くと$E(X+Y) = E(X) + E(Y)$。さっき言ってた分散も期待値なんだったら、同じように成り立つってことなのかなあ」

　突然の問い掛けにミキは少し戸惑いつつも、

「え、分散？うん、もちろん成り立つよ。

$$\sigma_{X+Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$$

　あるいは、

$$E[(X-\bar{x})^2 + (Y-\bar{y})^2] = E[(X-\bar{x})^2] + E[(Y-\bar{y})^2]$$

　ということだね。ただし、確率変数$X$と$Y$が互いに独立でなければならないんだけど、今回のモデルでは互いに独立だから…問題ない……てことは……ア、アカネちゃん……これってつまり…」

　言いながらミキは自分の背中がゾクゾクと粟立つのを感じた。目の前のとてつもなく勘の鋭い才女の閃きを察してしまったからだ。その閃きは、ついさっき聞きかじったばかりの統計の知識を、この才女がすでに“つかみ”始め

ていることを示していた。そして才女はゆっくりと立ち上がり、ノートを前にして語り始めた。

「ふむふむ、そっか。よし、もしかしたらいけるかも。数式の意味から考えよう。

$$\begin{aligned}\zeta_n &= \zeta_s\left(\delta^n + (1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}\right)\\ &= \zeta_s\delta^n + \zeta_s(1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}\end{aligned}$$

第 1 項の$\zeta_s\delta^n$は、一番最初の味の成分量$\zeta_0 = \zeta_s$が 1 サイクルで$\delta$ずつ薄まっていくことを表しているね。この項が$n \to \infty$で 0 に収束することも直感的に理解できる。

そして第 2 項の$\zeta_s(1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}$は、継ぎ足しによって味の成分量$\zeta_s$に、$(1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}$だけの誤差の係数が掛かることを表しているよ。$\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}$から読み取れるのは、誤差$\varepsilon_i$も 1 サイクルで$\delta$ずつ薄まっていくということ。つまりサイクルを重ねるごとに$\varepsilon_i$はだんだんと影響をなくしていくということ…。

さて、この 2 つの項が$\zeta_n$を構成しているわけだけど、サイクルが進むにつれて第 1 項は 0 に近づき、第 2 項が支配的になるのがわかるね。ということは、$(1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}$という誤差が$n \to \infty$でどうなるのかがわかれば、∞サイクル経過後の$\zeta_n$に含まれる誤差が求まるから、継ぎ足しの手法で誤差が小さくなるのかどうかが判定できる……いいね。

で、問題のこいつなんだけど、

$$(1-\delta)\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\delta^{n-i}$$

頭に付いている$(1-\delta)$はとりあえず端っこにどけておいて、最後に忘れずに掛けてやろう。ほんとうに厄介なのはこいつ。

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \delta^{n-i}$$

$n \to \infty$で発散するのかどうかを調べたいけど、$\varepsilon_i$はランダムに値が決まるので代数的に無限和を計算するのは困難。今のあたしにはちょっと無理そう。だからこいつを直接計算するのは潔くあきらめる！

じゃあ、どうするか。あたしが目を付けていたのはバラつきだ。$\varepsilon_i$を足し合わせた“値”はわからなくても、足し合わせたときの“バラつき加減”さえ計算できれば、$\zeta_n$のバラつき加減――つまり標準偏差がわかるのではないだろうか。$\varepsilon_i$のバラつき加減は標準偏差$\sigma_\varepsilon$として与えられている。ここでさっきの期待値、もとい分散の加法性を持ち出してみよう。

$$\sigma_{X+Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$$

この式から、$X$と$Y$を足し合わせたときの分散$\sigma_{X+Y}^2$は、$X$の分散$\sigma_X^2$と$Y$の分散$\sigma_Y^2$を足し合わせることで求められることがわかる。あたしたちが求めたいのは$\varepsilon_i$を足し合わせたときの分散だから、$X$と$Y$に$\varepsilon_1$と$\varepsilon_2$を当てはめてみる。

$$\sigma_{\varepsilon_1+\varepsilon_2}^2 = \sigma_{\varepsilon_1}^2 + \sigma_{\varepsilon_2}^2$$

$\varepsilon_i$はすべて同じ標準偏差を持つことにしてあるから、$\sigma_{\varepsilon_1} = \sigma_{\varepsilon_2} = \sigma_{\varepsilon_i} = \sigma_\varepsilon$。上式の右辺に代入して、

$$\begin{aligned}\sigma_{\varepsilon_1+\varepsilon_2}^2 &= \sigma_\varepsilon^2 + \sigma_\varepsilon^2 \\ &= 2\sigma_\varepsilon^2\end{aligned}$$

$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \delta^{n-i}$より、$\varepsilon_i$は$\delta^{n-i}$を掛けて足されているから、$\sigma_\varepsilon$も同様に$\delta^{n-i}$を掛けて補正する。これを$\sigma_{\varepsilon_1^*+\varepsilon_2^*}^2$として、

$$\begin{aligned}\sigma_{\varepsilon_1^*+\varepsilon_2^*}^2 &= (\sigma_\varepsilon \delta^1)^2 + (\sigma_\varepsilon \delta^0)^2 \\ &= 2\sigma_\varepsilon^2(\delta^2 + 1)\end{aligned}$$

$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i$は$n$個の和を想定しているから、$\sigma_\varepsilon^2$も$n$個足し合わせる。

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^*} &= (\sigma_\varepsilon \delta^{n-1})^2 + (\sigma_\varepsilon \delta^{n-2})^2 + \cdots + (\sigma_\varepsilon \delta^{1})^2 + (\sigma_\varepsilon \delta^{0})^2 \\ &= \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^{n} \delta^{2(n-i)}\end{aligned}$$

ここで、級数部分は以下のように表せる。

$$\sum_{i=1}^{n} \delta^{2(n-i)} = \delta^{2\cdot 0} + \delta^{2\cdot 1} + \delta^{2\cdot 2} + \cdots + \delta^{2(n-1)}$$

さあ、本日 3 度目の“等比数列の和の公式”を使うときが来たよ！初項 1、公比$\delta^2$、項数$n$だから、

$$\sum_{i=1}^{n} \delta^{2(n-i)} = \frac{1-\delta^{2n}}{1-\delta^2}$$

これを代入すれば、

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^*} &= \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=1}^{n} \delta^{2(n-i)} \\ &= \sigma_\varepsilon^2 \frac{1-\delta^{2n}}{1-\delta^2}\end{aligned}$$

標準偏差は分散の平方根だから、

$$\sigma_{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^*} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{1-\delta^{2n}}{1-\delta^2}}$$

$n \to \infty$の極限をとれば、$\delta < 1$なので、

$$\lim_{n\to\infty} \sigma_{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^*} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{1-0}{1-\delta^2}}$$

$$= \frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{1-\delta^2}}$$

そして、端っこにどけておいた$(1-\delta)$を最後に掛けてやれば、

$$\lim_{n\to\infty} (1-\delta)\sigma_{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^*} = (1-\delta)\frac{\sigma_\varepsilon}{\sqrt{1-\delta^2}}$$

$$= \sigma_\varepsilon \frac{\sqrt{(1-\delta)^2}}{\sqrt{(1-\delta)(1+\delta)}}$$

$$= \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}}$$

よって、$n \to \infty$で$\zeta_n$の標準偏差は$\sigma_\varepsilon\sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}}$に収束する。$\sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}} < 1$だから、継ぎ足すタレの標準偏差$\sigma_\varepsilon$よりも小さくなる。ほう、こいつは意外だね。ほんとうに継ぎ足しの手法で味の精度がよくなってやがる」

アカネは淡々と計算し、実にあっさり結論を導いた。少しの間、他の 3 人は考えが追いつけずに静まり返っていた。

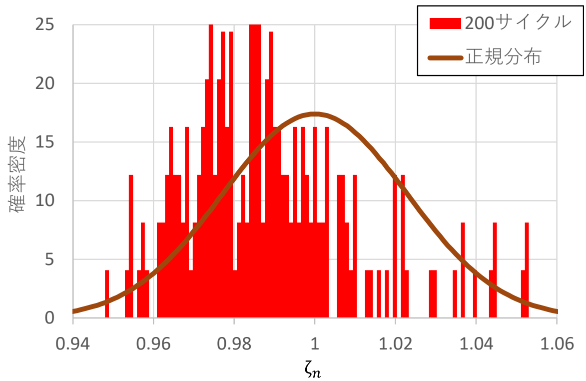
「…すごい……すごいすごいすごい！アカネちゃんってすごすぎる！よく閃いたね！ほんとは寝たふりしてずっと考えてたの？そうなんでしょ！」

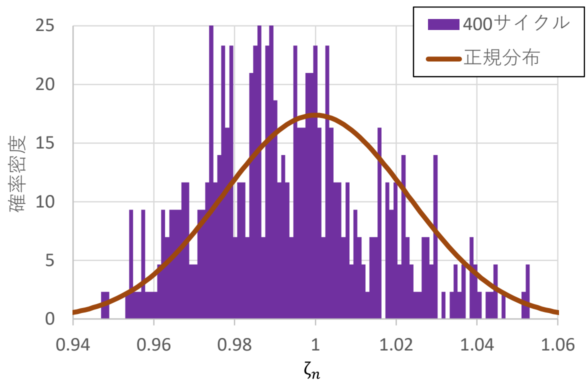
「全部は理解できませんでしたが……でもランダムな値の和をバラつきという概念で計算したことはわかりました！なんでこんな発想ができるんだろう……すごいとしか言いようがない！」

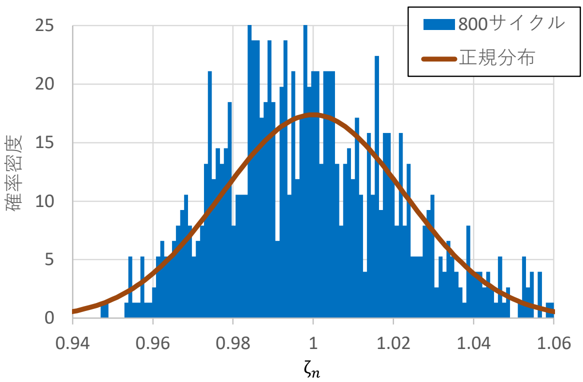
ミキとトオルが口々にアカネを褒め称えた。まいったなあ、と言いながらアカネは照れて後頭部を撫でていた。その横でテツはエクセルをひとしきりいじると、

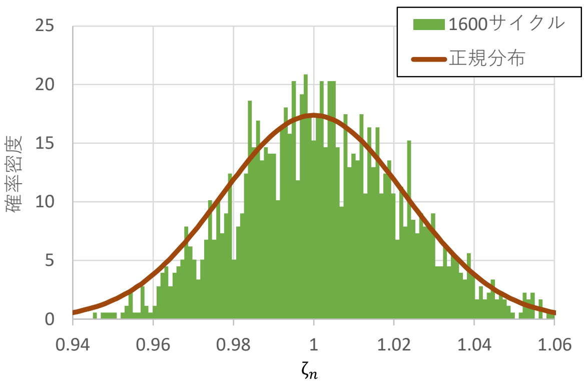
「ちょっとこれを見てくれ」

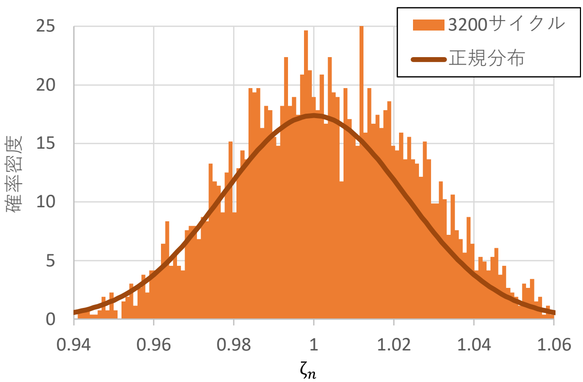
と画面を3人に向けた。そこには$\zeta_n$の分布が、サイクル数を重ねるごとに標準偏差$\sigma_\varepsilon\sqrt{(1-\delta)/(1+\delta)} \approx 0.023$の正規分布に近づく様子を描いた複数のグラフが映し出されていた。

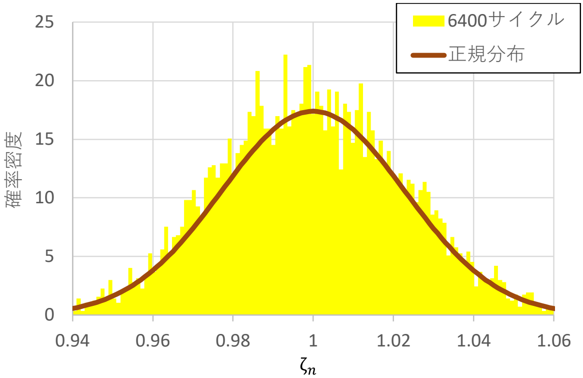


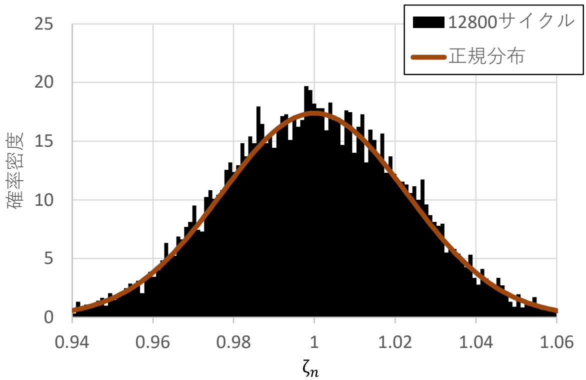




800サイクル
正規分布
確率密度
25
20
15
10
5
0
0.94
0.96
0.98
1
1.02
1.04
1.06
$\zeta_n$


1600サイクル
正規分布
確率密度
25
20
15
10
5
0
0.94
0.96
0.98
1
1.02
1.04
1.06
$\zeta_n$


3200サイクル
正規分布
確率密度
25
20
15
10
5
0
0.94
0.96
0.98
1
1.02
1.04
1.06
$\zeta_n$




$\boldsymbol{\zeta_n}$の分布が標準偏差$\boldsymbol{\sigma_\varepsilon\sqrt{(1-\delta)/(1+\delta)}\approx 0.023}$の正規分布に近づく図

「これは驚いたなー。アカネちゃんの出した結論を視覚的にわかりやすく表現できてるね」

ミキが眼鏡を押し上げながら言った。

「ああ、ついにやったぞ……“継ぎ足しの手法を用いれば創業当時の味を守れる”ことを、おれたちの力で証明したんだ！」

テツは両腕を高く上げ、体を退け反らせて喜びを露わにした。

「テツさん、正直に言うとぼくは残り 30 分じゃ到底できっこないと思ってました……でもできた！やればできるんだ！ぼくはいま感動しています！」

トオルも我を忘れて喜びの声を上げていた。そんな中、アカネは冷静に最後のまとめに取り掛かった。
「それじゃあ結論をまとめるよ。継ぎ足し継ぎ足しで受け継がれた秘伝のタレの味の変遷について、あたしたちの出した結論はこうだね」

①　サイクル$n$における脂濃度

$$\rho_n = \frac{V_a}{V_d}(1-\delta^n)$$

②　お店独自の味を手に入れるサイクル数

$$n = \log_\delta 0.001$$

③　1日の中での脂濃度の変動

$$\rho_{n,r\left(\text{継ぎ足す直前}\right)}/\rho_{n,r\left(\text{継ぎ足した直後}\right)} = \frac{V_s}{V_s + V_a - V_d}$$

④　味のランダムウォーク

$$\zeta_n = \zeta_s\left(\delta^n + (1-\delta)\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \delta^{n-i}\right)$$

⑤　継ぎ足し継ぎ足しで受け継がれた秘伝のタレにおける味の標準偏差

$$\sigma_{\text{秘伝のタレ}} = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}}$$

アカネがノートに結論を書き上げると、ちょうど下校時刻を知らせるチャイムが鳴り始めた。
「ベストタイミングだね。帰ろ！」
アカネの掛け声を合図に急いで帰り支度をし、校舎を出ると薄暗い夕暮れが４人を待っていた。疎らに鳴く蝉の声や、残照に染まっていく西の空。それらの醸し出す風情は、心安らかな一日の終わりを感じさせた。ぼくは今日

の終わりに何を継ぎ足すのだろう？トオルはそんな取り留めのないことを思いつつ、踏んづけた靴の踵を直すと、前を歩く先輩たちの元に駆けていった。

## 8．エピローグ

帰り道、勉強クラブの 4 人は今日の議論を振り返り話し合っていた。和、積、変化のそれぞれのモデルが同じ式に辿り着いたこと。まんじゅうを例に期待値を求めたこと。脂濃度が収束することや、1 日の中で変動すること。どれを切り取っても盛り上がりに欠けることはなかった。そしていつしか話題は“正規分布の裾の微々たる領域の確率”に移り変わり、ふと思い付いた疑問をトオルが呟いた。

「確率がゼロでないということは、昔ながらのレシピを守っていても、僅かな誤差が積もり積もって思わぬ味になる可能性もあるんですよね」

何気ない呟きだった。しかしテツの興味を誘ったようだ。

「そうだな。ウナギのタレもそうなんだけど……ある意味、おれたちにも当てはまることだよ。普通の学校生活を送っていたはずなのに、ちょっとした誤差でこんな訳のわからないクラブ活動に巻き込まれているやつもいるしな、トオル」

白い歯を覗かせて、テツはおちょくるように言った。トオルは大袈裟なくらい大きく手を振って訂正する。

「巻き込まれているだなんて、そんなことないですよ！たまたま図書委員会でミキさんと出会って、その縁でアカネさんやテツさんとも出会えて、今ではこんなに有意義な時間を過ごせています。ぼくにとってはその過程の一つ一つが大切な誤差なんです」

「くっさ！なに言ってんだこいつ。やーいくさ太郎！逃っげろー！」

テツは走って逃げ出した。トオルはそれを慌てて追いかける。

「ちょっと！真面目に言ってるんですから茶化さないでくださいよ！………ちょ……ちょっと！待って……は…速いな……足がはええな、ちくしょう！」

二人の差は開くばかりだ。その様子を見ながらアカネは、

「小学生かよ……今に始まったことじゃないけどさ」

　と、呆れて呟いた。

「でもトオルくんがあんなふうに思ってくれていたなんて、うれしいなあ……あの気持ちの成分がいつまでも残り続けてくれればいいけれど」

　柔らかな眼差しでトオルを見つめながらミキが言った。

「僅かな誤差が積もり積もって思わぬ味になっちゃうこともあるからねえ」

　アカネが続けて言うと、二人はお互いの顔を見遣り肩をすくめ合った。しかしアカネは、

「まあ、だからおもしろいとも言えるのかな」

　そう付け足して、テツとトオルの追いかけっこを再び眺めた。トオルはテツにまだ追いつかない。それどころか差が縮まる気配すらない。だけど一歩一歩、確実に前へ進んでいる。

　明日はもっと前へ。明後日はさらにその先へ。一年後にはどんな景色が待っているだろう。十年後は、二十年後は、一体どうなってしまうのか？

　それは誰にもわからない。だけどきっとうまくいく。そんな予感を胸に、ちょっとした誤差で巻き込まれてしまったこの後輩は、数理を巡るランダムウォークをまだ始めたばかりだ。